
Formulário

- Axiomática da Probabilidade

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1)$$

$$P(A \cap B) = 0 \text{ se } A \text{ e } B \text{ são eventos mutuamente exclusivos.} \quad (2)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \text{ se } A \text{ e } B \text{ são eventos independentes.} \quad (3)$$

- Lei da Probabilidade Total

$$P(A) = \sum_i P(A \cap B_i) = \sum_i P(A|B_i)P(B_i) \quad (4)$$

- Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (5)$$

- Função Distribuição de Probabilidade

$$F(k) = \sum_k p(X \leq k) \quad (6)$$

$$F(k) = \int_{-\infty}^k f(x) \, dx \quad (7)$$

- Valor esperado

$$E[X] = \sum_i x_i p(X = x_i) \quad (8)$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \, dx \quad (9)$$

- Variância

$$\text{Var}(X) = \sum_i (x_i - E[X])^2 p(X = x_i) \quad (10)$$

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^2 f(x) \, dx \quad (11)$$

- Função de probabilidade (p_X) ou função densidade de probabilidade (f_X) marginal de X

$$p_X(x) = \sum_y p(x, y) \quad (12)$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \, dy \quad (13)$$

- Covariância

$$\text{Cov}(X, Y) = \sum_{x_i} \sum_{y_i} (x_i - E[X])(y_i - E[Y])p(x_i, y_i) \quad (14)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])(y - E[Y])f(x, y) \, dx \, dy \quad (15)$$

- Propriedades do valor esperado

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y] \quad (16)$$

$$E[aX] = aE[X] \text{ sendo } a \text{ uma constante.} \quad (17)$$

- Propriedades da variância & covariância

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + \text{Cov}(X, Y) \quad (18)$$

$$\text{Se } X \text{ e } Y \text{ são variáveis aleatórias independentes, } \text{Cov}(X, Y) = 0 \quad (19)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y] \quad (20)$$

$$\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X) \text{ sendo } a \text{ uma constante.} \quad (21)$$

Distribuições Discretas

- Distribuição Binomial $\rightarrow X$: Número de sucessos numa amostra de n elementos.

$$X \sim B(n, p) \quad P(X = i) = \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i} \quad (22)$$

sendo p a probabilidade de sucesso. A distribuição binomial apresenta $E[X] = np$ e $\text{Var}(X) = np(1 - p)$

- Distribuição Binomial Negativa $\rightarrow X$: Número de insucessos até atingir r sucessos.

$$X \sim BN(r, p) \quad P(X = i) = \binom{i+r-1}{i} (1-p)^i p^r \quad (23)$$

sendo p a probabilidade de sucesso. A distribuição binomial negativa apresenta $E[X] = r(1 - p)/p$ e $\text{Var}(X) = r(1 - p)/p^2$.

- Distribuição Hipergeométrica $\rightarrow X$: Número de sucessos numa amostra com dimensão n obtidos de uma população com $N + M$ elementos sem reposição.

$$X \sim H(N, M, n) \quad P(X = i) = \frac{\binom{N}{i} \binom{M}{n-i}}{\binom{N+M}{n}} \quad (24)$$

sendo N e M o número de sucessos e insucessos na população, respetivamente. A distribuição hipergeométrica apresenta $E[X] = nN/(N + M)$ e $\text{Var}(X) = np(1 - p) \left(1 - \frac{n-1}{N+M-1}\right)$.

- Distribuição de Poisson $\rightarrow X$: Número de eventos que ocorrem num determinado intervalo de tempo (ou espaço) quantos estes ocorrem a uma taxa constante e independente do tempo (ou espaço) em que o último evento ocorreu.

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda) \quad P(X = i) = \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!} \quad (25)$$

sendo λ o número de eventos que ocorrem num determinado intervalo de tempo (ou espaço). A distribuição de Poisson apresenta $E[X] = \lambda$ e $\text{Var}(X) = \lambda$.