

ISEC Lisboa

Ciência de Dados

Preparação (4 de maio de 2026)



PARA O PROPÓSITO DE ESTUDO

A ficha de exercícios é composta por 32 questões (100 %), 9 páginas.

- (2%) 1. Durante inspeções sucessivas a conectores de linhas de combustível numa aeronave, cada conector apresenta uma fuga com probabilidade $p = 0.3$, independentemente dos restantes. As inspeções continuam até serem encontrados 4 conectores com fuga. Se N é o número total de conectores inspeccionados até ocorrer a 4ª fuga, qual a probabilidade de N ser igual a 10?
- $C(10, 4) (0.3)^4 (0.7)^6$.
 - $C(9, 3) (0.3)^6 (0.7)^4$.
 - $C(9, 3) (0.3)^4 (0.7)^6$.
 - $C(9, 3) (0.3)^4 (0.7)^{10}$.
2. Considere a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória, V , que representa a velocidade do vento (em m s^{-1}) medida no limiar de uma pista.

$$f(v) = \begin{cases} cv^3 & \text{se } 0 < v < 2, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (2%) (a) O valor da constante c pode ser descoberto através de
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(v) dv = 0$.
 - $\int_0^v cv^3 dv = 1$.
 - $\int_0^{\infty} cv^3 dv = 0$.
 - $\int_{-\infty}^{\infty} f(v) dv = 1$.
- (2%) (b) Qual das expressões permite descobrir o valor de w de forma a que a probabilidade da velocidade do vento ser inferior a w seja igual a 0.10?
- $\int_w^{\infty} f(v) dv = 0.10$.
 - $\int_{-\infty}^w f(v) dv > 0.10$.
 - $\int_{-\infty}^w f(v) dv = 0.10$.
 - $\int_w^{\infty} f(v) dv < 0.10$.
- (2%) (c) Qual das expressões dá correctamente o valor esperado $E[V]$ da velocidade do vento?
- $\int_{-\infty}^v f(v) dv$.
 - $\int_{-\infty}^{\infty} (v - E[V])^2 f(v) dv$.
 - $\int_{-\infty}^{\infty} v^2 f(v) dv$.

$\int_{-\infty}^{\infty} v f(v) dv.$

- (2%) 3. Durante as operações de voo, considere os eventos: $A =$ "uma aeronave declara emergência de combustível" e $B =$ "a aeronave foi forçada a desviar para um aeroporto alternativo". Qual a probabilidade de a aeronave ter sido forçada a desviar, dado que declarou emergência de combustível?

- $\frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$
 $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$
 $\frac{P(B)}{P(A)}.$
 $P(A \cap B) \cdot P(A).$

- (2%) 4. Num aeroporto, considere os eventos: $A:$ "voo parte com atraso", $B:$ "voo é desviado para um aeroporto alternativo". Escreva, usando apenas operações entre eventos (união, interseção e complemento), o evento $E:$ "o voo teve atraso mas não foi desviado".

- $E = A \cap \bar{B}.$
 $E = A \cup \bar{B}.$
 $E = \bar{A} \cap B.$
 $E = \bar{A} \cup \bar{B}.$

- (2%) 5. O número de excedências de parâmetros de motor registadas por um sistema de monitorização de saúde a bordo pode ser modelado por uma variável aleatória de Poisson com taxa média $\lambda = 3$ excedências por hora. Qual é a probabilidade de ocorrerem exactamente 2 excedências num intervalo de 20 minutos?

- $e^{-3} \frac{3^2}{2!}.$
 $e^{-1} \frac{1^3}{3!}.$
 $1 - e^{-1} \frac{1^2}{2!}.$
 $e^{-1} \frac{1^2}{2!}.$

- (2%) 6. Para um conjunto de dados ordenado com número par n de observações, a mediana é a média dos valores nas posições

- $n/2$ e $n/2 + 1.$
 $(n - 1)/2$ e $(n + 1)/2.$
 $n/2$ e $n/2 - 1.$
 $(n + 1)/2$ e $(n + 3)/2.$

- (2%) 7. Um coeficiente de correlação de Pearson $r = -0.92$ entre duas variáveis indica

- uma correlação linear negativa fraca.
 uma correlação linear positiva forte.
 uma relação causal forte entre as duas variáveis.
 uma correlação linear negativa (inversa) forte.

- (2%) 8. Numa distribuição de dados enviesada à direita (assimetria positiva), qual das seguintes relações entre a média e a mediana é tipicamente esperada?

- $\bar{x} <$ mediana.
 $\bar{x} =$ moda.
 $\bar{x} >$ mediana.
 $\bar{x} =$ mediana.

9. Num dado momento, um aeroporto está a operar a pista 20, que possui 4 STARs disponíveis para aeronaves em chegada.

- (2%) (a) Pretende-se criar uma sequência de chegada para 8 aeronaves distintas, sendo que cada aeronave é livremente atribuída a uma das 4 STARs disponíveis. Quantas sequências de chegada distintas podem ser formadas neste cenário?
- 4!.
 4^8 .
 $P(8, 4)$.
 $8! \times 4$.
- (2%) (b) De entre as 8 aeronaves, 2 são da categoria *super heavy* (tipo A380). Para garantir separação adequada de modo a minimizar *wake turbulence*, estas duas devem ser sempre colocadas no fim da sequência de chegada. Quantas sequências de chegada distintas são possíveis?
- $6 \times 2 \times 4$.
 $P(8, 6) \times P(8, 2)$.
 $8! \times 4!$.
 $6! \times 2!$.
10. Um sistema de monitorização detecta a presença de uma falha numa unidade de navegação de aeronave com uma probabilidade de 0.95, caso a falha exista. Se não existir falha, o sistema identifica correctamente a sua ausência com uma probabilidade de 0.75. A probabilidade de uma unidade de navegação ter essa falha é 0.1. Calcule a probabilidade de:
- (2%) (a) O sistema de monitorização emitir um alerta, ou seja, detectar a presença de uma falha.
- $P(+)=1-P(+|F)-P(+|\bar{F})=1-0.95-0.25$.
 $P(+)=P(+|F)P(F)+P(+|\bar{F})P(\bar{F})=0.95 \cdot 0.1+0.75 \cdot 0.9$.
 $P(+)=P(+|F)+P(+|\bar{F})=0.95+0.25$.
 $P(+)=P(+|F)P(F)+P(+|\bar{F})P(\bar{F})=0.95 \cdot 0.1+0.25 \cdot 0.9$.
- (2%) (b) A unidade de navegação ter efectivamente uma falha, sabendo que o sistema de monitorização emitiu um alerta.
- $P(F \cap +)=P(+|F)P(F)$.
 $P(F|+)=\frac{P(+|F)P(F)}{P(+|F)P(F)+P(+|\bar{F})P(\bar{F})}$.
 $P(F|+)=P(F)P(+)$.
 $P(F \cap +)=\frac{P(F)}{P(+)}$.
- (2%) (c) *E*: "O sistema de monitorização produz um resultado incorrecto".
- $P(E)=1-P(+)$.
 $P(E)=P(F \cap +)+P(\bar{F} \cap -)=P(F)P(+|F)+P(\bar{F})P(-|\bar{F})$.
 $P(E)=P(F \cap -)+P(\bar{F} \cap +)=P(F)P(-|F)+P(\bar{F})P(+|\bar{F})$.
 $P(E)=P(+|F)+P(-|\bar{F})$.
11. Quatro pessoas são seleccionadas aleatoriamente e sem reposição de um grupo composto por 5 controladores de tráfego aéreo, 3 inspectores de segurança e 7 técnicos de manutenção.
- (2%) (a) Qual é a probabilidade de que os quatro seleccionados sejam técnicos de manutenção?
- $\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{15^4}$.
 $\left(\frac{7}{15}\right)^4$.
 $\frac{C(7, 4)}{C(15, 3)}$.
 $\frac{C(7, 4)}{C(15, 4)}$.
- (2%) (b) Seja *I* o evento "o primeiro seleccionado foi inspector de segurança" e *A* o evento "os três restantes seleccionados são controladores de tráfego aéreo". Qual é a probabilidade de $A|I$?
- $\frac{C(5, 3)}{C(14, 3)}$.
 $\frac{C(5, 3)}{C(15, 3)}$.

- (2%) (c) Qual é a probabilidade de que os quatro selecionados pertençam todos a funções diferentes, com exactamente um controlador de tráfego aéreo, um inspector de segurança, um técnico de manutenção e uma pessoa de qualquer função restante?
- $\frac{5 \times 4 \times 3}{14 \times 13 \times 12}$.
 $\frac{5}{14}$.
 $\frac{5 \times 3 \times 7 \times 12}{C(15, 4)}$.
 $\frac{C(5, 1) + C(3, 1) + C(7, 1)}{C(15, 4)}$.
 $\frac{5 \times 3 \times 7}{C(15, 3)}$.
 $\frac{5 \times 3 \times 7 \times 12}{15 \times 14 \times 13 \times 12}$.

- (2%) 12. Um prestador de serviços de navegação aérea regista diariamente o número de transferências de sector (S) e o número de alertas de conflito (C) num centro de controlo. A função de probabilidade conjunta é:

$S \setminus C$	1	2
1	0.20	0.10
2	0.15	0.35
3	0.12	0.08

com $E[S] = 1.88$ e $E[C] = 1.53$. Como podemos calcular a covariância $Cov(S, C)$?

- $Cov(S, C) = (1-1.88)(1-1.53) \cdot 0.20 + (1-1.88)(2-1.53) \cdot 0.10 + (2-1.88)(1-1.53) \cdot 0.15 + (2-1.88)(2-1.53) \cdot 0.35 + (3-1.88)(1-1.53) \cdot 0.12$.
 $Cov(S, C) = (1-1.88)(1-1.53) \cdot 0.20 + (1-1.88)(2-1.53) \cdot 0.10 + (2-1.88)(1-1.53) \cdot 0.15 + (2-1.88)(2-1.53) \cdot 0.35 + (3-1.88)(1-1.53) \cdot 0.12 + (3-1.88)(2-1.53) \cdot 0.08$.
 $Cov(S, C) = E[S \cdot C] + E[S] \cdot E[C]$.
 $Cov(S, C) = (1-1.88)^2 \cdot 0.20 + (1-1.88)^2 \cdot 0.10 + (2-1.88)^2 \cdot 0.15 + (2-1.88)^2 \cdot 0.35 + (3-1.88)^2 \cdot 0.12 + (3-1.88)^2 \cdot 0.08$.
13. Numa companhia aérea com 800 tripulantes, 180 são a favor de um novo regulamento de tempos de descanso.
- (2%) (a) Considerando uma amostra aleatória de 25 tripulantes, sem reposição, qual das expressões dá correctamente a probabilidade de menos de 6 tripulantes serem a favor do novo regulamento?
- $P(X < 6) = \frac{C(180, 5) \times C(620, 20)}{C(800, 25)}$.
 $P(X < 6) = \sum_{k=0}^5 C(25, k) \left(\frac{180}{800}\right)^k \left(\frac{620}{800}\right)^{25-k}$.
 $P(X < 6) = \sum_{k=0}^5 \frac{C(180, k) \times C(620, 25-k)}{C(800, 25)}$.
 $P(X < 6) = 1 - \sum_{k=0}^5 \frac{C(180, k) \times C(620, 25-k)}{C(800, 25)}$.
- (2%) (b) Um representante sindical está a entrevistar tripulantes um a um para avaliar as opiniões sobre o regulamento. Qual é o número esperado de entrevistas necessárias até encontrar três tripulantes a favor?
- $E[T] = \frac{1}{180/800}$.
 $E[T] = \frac{3}{180/800}$.
 $E[T] = \frac{3(1 - 180/800)}{180/800}$.
 $E[T] = 3 \cdot \frac{180}{800}$.

- (2%) 14. Para um motor LEAP-1A, considere os eventos $V =$ "o motor sofre uma queda de pressão de óleo durante as próximas 50 horas de voo" e $W =$ "uma luz de aviso de baixa pressão de óleo acende". Sabe-se que $P(V) = 0.03$, $P(W|V) = 0.90$ e $P(W|\bar{V}) = 0.06$. Qual é a probabilidade de o motor ter sofrido uma queda de pressão de óleo, dado que a luz de aviso acendeu?

- 0.90×0.03 .
 $\frac{0.90 \times 0.03}{0.90 \times 0.03 + 0.06 \times 0.97}$.
 $\frac{0.03 \times 0.06}{0.90 \times 0.03 + 0.06 \times 0.97}$.
 $\frac{0.90 \times 0.03}{0.90 \times 0.03 + 0.06 \times 0.03}$.

15. Num programa de certificação de motores, cada ciclo de teste é considerado um “sucesso” com probabilidade constante p , independentemente dos restantes. Um engenheiro-chefe quer saber quantos ciclos de teste são necessários até observar 3 sucessos.

(2%) (a) Se X é o número total de ciclos de teste observados até ocorrer o terceiro sucesso, qual das seguintes opções descreve correctamente a distribuição de X e a sua função de probabilidade?

- Binomial negativa: $P(X = x) = \binom{x-1}{2} p^3 (1-p)^{x-3}$, $x = 3, 4, 5, \dots$
 Binomial: $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0, 1, \dots, n$.
 Geométrica: $P(X = x) = p(1-p)^{x-1}$, $x = 1, 2, 3, \dots$
 Poisson: $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \dots$

(2%) (b) Qual é o número total esperado de ciclos de teste até ocorrer o terceiro sucesso, e qual é a sua variância?

- $E[X] = 3(1-p)/p$, $\text{Var}(X) = 3(1-p)/p^2$.
 $E[X] = 3/p^2$, $\text{Var}(X) = 3(1-p)/p$.
 $E[X] = 1/p$, $\text{Var}(X) = (1-p)/p^2$.
 $E[X] = 3/p$, $\text{Var}(X) = 3(1-p)/p^2$.

(2%) 16. Qual a fórmula da variância amostral s^2 para n valores x_k com média amostral \bar{x} ?

- $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n x_k^2$.
 $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$.
 $s^2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}$.
 $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$.

17. Num aeroporto movimentado, considere as próximas 40 operações de *pushback* num dado apron durante as horas de ponta. Em cada operação, pode ser desencadeado um alerta de incursão na pista com probabilidade constante p . Podemos assumir que as operações são independentes.

(2%) (a) Se X é o número de alertas de incursão nas 40 operações, qual das condições não é necessária para que X siga uma distribuição binomial?

- Cada operação resulta em alerta ou sem alerta.
 As operações são independentes entre si.
 O número de alertas X deve ser grande.
 A probabilidade p é constante em todas as operações.

(2%) (b) Quais são o valor esperado do número de alertas $E[X]$ e a variância $\text{Var}(X)$?

- $E[X] = \frac{1}{p}$, $\text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$.
 $E[X] = 40(1-p)$, $\text{Var}(X) = 40p(1-p)$.
 $E[X] = 40p$, $\text{Var}(X) = 40p$.
 $E[X] = 40p$, $\text{Var}(X) = 40p(1-p)$.

18. Um teste de certificação de voo pode resultar em dois desfechos: aprovação ou reprovação. A probabilidade de aprovação é 0.8. O custo de um único teste é 8 k€ em caso de aprovação e 20 k€ em caso de reprovação. O teste é repetido 15 vezes de forma independente. Seja X a variável aleatória que conta o número de testes aprovados.

(2%) (a) Qual a probabilidade de obter menos de 12 testes aprovados?

$P(X < 12) = 1 - \sum_{k=0}^{11} C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

$P(X < 12) = \sum_{k=12}^{15} C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

$P(X < 12) = \sum_{k=0}^{11} C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

$P(X < 12) = C(15, 11) (0.8)^{11} (0.2)^4.$

(2%) (b) Seja C o custo total (em k€) dos 15 testes. Calcule o valor esperado e o desvio padrão de C .

$C = 8X + 20(15-X), \quad E[C] = 156 \text{ k€}, \quad \sqrt{\text{Var}(C)} = \sqrt{345.6} \text{ k€}.$

$C = 20X + 8(15-X), \quad E[C] = 264 \text{ k€}, \quad \sqrt{\text{Var}(C)} = \sqrt{345.6} \text{ k€}.$

$C = 8X + 20X, \quad E[C] = 336 \text{ k€}, \quad \sqrt{\text{Var}(C)} = \sqrt{345.6} \text{ k€}.$

$C = 8X + 20(15-X), \quad E[C] = 156 \text{ k€}, \quad \sqrt{\text{Var}(C)} = \sqrt{28.8} \text{ k€}.$

(2%) (c) Qual a probabilidade de o custo total C ser inferior a 180 k€?

$P(C < 180) = P(X > 10) = \sum_{k=10}^{15} C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

$P(C < 180) = P(X < 10) = \sum_{k=0}^9 C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

$P(C < 180) = P(X > 10) = \sum_{k=11}^{15} C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

$P(C < 180) = P(X \geq 10) = \sum_{k=10}^{15} C(15, k) (0.8)^k (0.2)^{15-k}.$

(2%) 19. Um código de transponder (squawk) é composto por 4 algarismos, cada um podendo tomar valores de 0 a 7. Usando o princípio básico generalizado de contagem, quantos códigos squawk distintos são possíveis?

$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 = 4096.$

$4 \times 8 = 32.$

$8 + 8 + 8 + 8 = 32.$

$8^4 - 1 = 4095$ (excluindo o código 0000).

(2%) 20. Numa linha de produção de sensores aviónicos, considere os eventos $A =$ "um sensor produzido é defeituoso" e $B =$ "o sistema de inspeção automática emite um alerta para o sensor". Qual das seguintes expressões representa a probabilidade de o sensor ser efectivamente defeituoso, sabendo que o sistema de inspeção emitiu um alerta?

$P(B|A) P(A).$

$\frac{P(B|A) P(A)}{P(B|A) P(A) + P(B|\bar{A}) P(\bar{A})}.$

$\frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}.$

$\frac{P(A) P(B)}{P(B|A)}.$

(2%) 21. Numa revisão de aeronave, U é o tempo (em horas) para rever o sistema de trem de aterragem e V o tempo (em segundos) para executar um teste de pressão dos travões, com U, V independentes. É esperado que a revisão do trem de aterragem demore 6 horas com uma variância de 2 horas², enquanto que o teste de pressão dos travões demore 120 segundos com um desvio padrão de 15 segundos. O tempo total de operação é $T = 3U + V$, em horas. Qual é $E[T]$ e $\text{Var}(T)$?

$E[T] = 3 \times 6 + 120, \quad \text{Var}(T) = 9 \times 2 + 15^2.$

$E[T] = 3 \times 6 + 120/3600, \quad \text{Var}(T) = 9 \times 2 + 15/3600.$

$E[T] = 3 \times 6 + 120/3600, \quad \text{Var}(T) = 9 \times 2 + (15/3600)^2 + 3 \text{Cov}(U, V).$

$E[T] = 3 \times 6 + 120/3600$, $\text{Var}(T) = 9 \times 2 + (15/3600)^2$.

22. Numa oficina de aviónica, um lote de 30 altímetros está pronto para controlo de qualidade, dos quais 8 apresentam um erro de calibração superior à tolerância certificada. Cinco unidades são seleccionadas aleatoriamente, sem reposição, para uma inspecção detalhada.

(2%) (a) Seja X o número de altímetros com erro de calibração superior à tolerância na amostra. Qual das seguintes opções indica correctamente a distribuição de X e justifica a escolha?

- Binomial, porque cada unidade é defeituosa ou não, com probabilidade constante.
 Hipergeométrica, porque a amostra é retirada sem reposição de uma população finita.
 Binomial negativa, porque contamos unidades até encontrar um número fixo de defeituosas.
 Poisson, porque as unidades defeituosas ocorrem aleatoriamente num fluxo contínuo.

(2%) (b) Quais são o número esperado de altímetros defeituosos $E[X]$ e a variância $\text{Var}(X)$ na amostra?

- $E[X] = \frac{5 \times 8}{30}$, $\text{Var}(X) = 5 \cdot \frac{8}{30} \cdot \frac{22}{30} \cdot \frac{30}{29}$.
 $E[X] = \frac{5 \times 8}{30}$, $\text{Var}(X) = 5 \cdot \frac{8}{30} \cdot \frac{22}{30} \cdot \frac{25}{29}$.
 $E[X] = \frac{5 \times 22}{30}$, $\text{Var}(X) = 5 \cdot \frac{8}{30} \cdot \frac{22}{30} \cdot \frac{25}{29}$.
 $E[X] = \frac{5 \times 8}{30}$, $\text{Var}(X) = 5 \cdot \frac{8}{30} \cdot \frac{22}{30}$.

(2%) 23. Considere os eventos $A =$ "uma aeronave sofre um impacto com pássaros (bird strike)" e $B =$ "o voo parte de um aeroporto costeiro". Se A e B são independentes, qual das seguintes afirmações é correcta?

- $P(A \cup B) = P(A)P(B)$.
 $P(A \cap B) = \emptyset$.
 $P(A|B) = P(B)$.
 $P(A|B) = P(A)$.

(2%) 24. Durante o voo em cruzeiro, a probabilidade de um piloto solicitar uma mudança de nível de voo depende da turbulência. Dados históricos mostram que 20% dos voos encontram turbulência moderada a severa. Nestas condições, a probabilidade de pedido de mudança de nível é $P(R|M) = 0.70$. Em condições de turbulência fraca ou nula, $P(R|S) = 0.05$. Qual é a probabilidade total de ser solicitada uma mudança de nível, $P(R)$?

- $P(R|M)P(M) \times P(R|S)P(S)$.
 $P(R|M)P(M) + P(R|S)P(S)$.
 20%.
 $P(R|M) + P(R|S)$.

(2%) 25. Um engenheiro de controlo de qualidade pretende comparar a variabilidade de dois sensores com escalas de medição diferentes. Qual a grandeza mais adequada para esta comparação e qual a sua fórmula?

- Coeficiente de variação: $CV = \frac{\bar{x}}{s} \times 100\%$.
 Coeficiente de variação: $CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$.
 Coeficiente de variação: $CV = \frac{s^2}{\bar{x}} \times 100\%$.

Desvio padrão: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$.

26. O número de relatórios de incursão em taxiway, N , registados por dia (24 horas) num aeroporto regional segue uma distribuição de Poisson com média 15.

(2%) (a) Qual a probabilidade de que, num determinado dia, o aeroporto registre mais de 9 relatórios?

- $P(N > 9) = 1 - \sum_{k=0}^9 \frac{e^{-15} 15^k}{k!}$.
 $P(N > 9) = \frac{e^{-15} 15^9}{9!}$.

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} P(N > 9) &= \sum_{k=0}^9 \frac{e^{-15} 15^k}{k!}. \\ \textcircled{\circ} P(N > 9) &= \sum_{k=10}^{15} \frac{e^{-15} 15^k}{k!}. \end{aligned}$$

(2%) (b) Seja T o tempo (em horas) entre dois relatórios consecutivos de incursão. Qual é o valor esperado $E[T]$ e a variância $\text{Var}(T)$?

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} E[T] &= 15 \text{ h}, \quad \text{Var}(T) = 15 \text{ h}^2. \\ \textcircled{\circ} E[T] &= \frac{24}{15} \text{ h}, \quad \text{Var}(T) = \frac{24}{15} \text{ h}^2. \\ \textcircled{\circ} E[T] &= \frac{15}{24} \text{ h}, \quad \text{Var}(T) = \left(\frac{15}{24}\right)^2 \text{ h}^2. \\ \textcircled{\circ} E[T] &= \frac{24}{15} \text{ h}, \quad \text{Var}(T) = \left(\frac{24}{15}\right)^2 \text{ h}^2. \end{aligned}$$

(2%) 27. Durante os testes de voo de um sistema *Glide Slope (GS)*, registaram-se os desvios verticais (em metros) em relação à trajectória de planeio nominal, numa amostra de 7 aproximações consecutivas, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6, \varepsilon_7$. Qual das seguintes expressões dá correctamente a variância amostral, s^2 , destes desvios?

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \frac{\sum_{i=1}^7 (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{6} \\ \textcircled{\circ} \frac{\sum_{i=1}^7 \varepsilon_i^2}{6} \\ \textcircled{\circ} \frac{\sum_{i=1}^7 (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{7} \\ \textcircled{\circ} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{6}} \end{aligned}$$

28. Num aeroporto internacional movimentado, as violações de ocupação de pista (aeronaves ou veículos que entram na pista sem autorização) assumem-se como ocorrendo com taxa média constante de $\lambda = 4$ por dia.

(2%) (a) Seja X o número de violações num período de 6 horas. Qual das seguintes opções identifica correctamente a distribuição de X e o seu parâmetro?

- Binomial com $n = 4$ e $p = 1/4$.
- Poisson com $\lambda^* = 24$.
- Poisson com $\lambda^* = 4$.
- Poisson com $\lambda^* = 1$.

(2%) (b) Qual é a probabilidade de não ocorrer nenhuma violação num período de 6 horas?

- e^{-4} .
- $e^{-1/4}$.
- $1 - e^{-1}$.
- e^{-1} .

(2%) 29. Durante uma verificação funcional pós-manutenção, cada uma de um grupo de 12 válvulas hidráulicas passa o teste de pressão com probabilidade $p = 0.82$, de forma independente. Se X é o número de válvulas que falham a verificação, qual é a probabilidade de no máximo 1 válvula falhar?

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} C(12, 1)(0.08)^1(0.92)^{11}. \\ \textcircled{\circ} 1 - C(12, 1)(0.08)^1(0.92)^{11}. \\ \textcircled{\circ} C(12, 0)(0.08)^0(0.92)^{12} + C(12, 1)(0.08)^1(0.92)^{11}. \\ \textcircled{\circ} C(12, 0)(0.92)^0(0.08)^{12} + C(12, 1)(0.92)^1(0.08)^{11}. \end{aligned}$$

(2%) 30. Num armazém de aviónica, existem 25 módulos de navegação de um lote de produção: 7 têm uma falha de firmware e 18 estão completamente operacionais. Seis módulos são seleccionados aleatoriamente, sem reposição, para uma auditoria. Se X é o número de módulos com falha na amostra, qual a probabilidade de encontrar exactamente 3 módulos com falha?

- $C(6, 3) (0.28)^3 (0.72)^3$.
 $\frac{C(7, 3) \times C(18, 3)}{C(25, 3)}$.
 $\frac{C(7, 3) \times C(18, 3)}{C(25, 6)}$.
 $\frac{C(7, 3) \times C(18, 2)}{C(25, 6)}$.

31. Uma companhia aérea acompanha o número diário de intervenções de manutenção em dois tipos de aeronave, Modelo A e Modelo B . A função de probabilidade conjunta do número de intervenções diárias é:

$A \setminus B$	0	1	2
0	0.08	0.20	0.07
1	0.10	0.25	0.05
2	0.06	0.15	0.04

(2%) (a) Quais são as funções de probabilidade marginal de A e de B ?

- $p_A(0) = 0.08 + 0.10 + 0.06$, $p_A(1) = 0.20 + 0.25 + 0.15$, $p_A(2) = 0.07 + 0.05 + 0.04$ e $p_B(0) = 0.08 + 0.20 + 0.07$, $p_B(1) = 0.10 + 0.25 + 0.05$, $p_B(2) = 0.06 + 0.15 + 0.04$.
 $p_A(0) = 0.08$, $p_A(1) = 0.25$, $p_A(2) = 0.04$ e $p_B(0) = 0.08$, $p_B(1) = 0.20$, $p_B(2) = 0.07$.
 $p_A(0) = 0.08 + 0.20 + 0.07$, $p_A(1) = 0.10 + 0.25 + 0.05$, $p_A(2) = 0.06 + 0.15 + 0.04$ e $p_B(0) = 0.08 + 0.10 + 0.06$, $p_B(1) = 0.20 + 0.25 + 0.15$, $p_B(2) = 0.07 + 0.05 + 0.04$.
 $p_A(a) = \sum_a p(a, b)$ e $p_B(b) = \sum_b p(a, b)$, obtendo-se o mesmo resultado para A e para B .

(2%) (b) Qual é a função de distribuição marginal $F_A(a)$ de A ?

- $F_A(0) = p_A(0) \cdot p_A(1)$, $F_A(1) = p_A(1) \cdot p_A(2)$, $F_A(2) = p_A(0) \cdot p_A(1) \cdot p_A(2)$.
 $F_A(a) = p_A(a)$ para todo o a .
 $F_A(0) = p_A(1) + p_A(2)$, $F_A(1) = p_A(0) + p_A(2)$, $F_A(2) = p_A(0) + p_A(1)$.
 $F_A(0) = p_A(0)$, $F_A(1) = p_A(0) + p_A(1)$, $F_A(2) = p_A(0) + p_A(1) + p_A(2)$.

(2%) (c) Qual é a probabilidade de que num dado dia o Modelo A tenha pelo menos tantas intervenções quanto o Modelo B ?

- $P(A \geq B) = p(0, 0) + p(1, 1) + p(2, 2) = 0.08 + 0.25 + 0.04$.
 $P(A > B) = p(1, 0) + p(2, 0) + p(2, 1) = 0.10 + 0.06 + 0.15$.
 $P(A \geq B) = p(0, 0) + p(1, 0) + p(1, 1) + p(2, 0) + p(2, 1) + p(2, 2) = 0.08 + 0.10 + 0.25 + 0.06 + 0.15 + 0.04$.
 $P(A \geq B) = 1 - P(B > A) = 1 - (p(0, 1) + p(0, 2) + p(1, 2)) = 1 - (0.20 + 0.07 + 0.05)$.

(2%) (d) Qual o valor esperado do número total de intervenções diárias $T = A + B$?

- $E[T] = \sum_{t=0}^4 t \cdot p_T(t)$, com $p_T(t) = p_A(t) \cdot p_B(t)$.
 $E[T] = \sum_{t=0}^4 t \cdot (p_A(t) + p_B(t))$.
 $E[T] = (0 \cdot p_A(0) + 1 \cdot p_A(1) + 2 \cdot p_A(2)) + (0 \cdot p_B(0) + 1 \cdot p_B(1) + 2 \cdot p_B(2))$.
 $E[T] = (0 \cdot p_A(0) + 1 \cdot p_A(1) + 2 \cdot p_A(2)) \times (0 \cdot p_B(0) + 1 \cdot p_B(1) + 2 \cdot p_B(2))$.

(2%) 32. Uma companhia aérea está a formar uma equipa para um voo de longo curso com N pilotos e M comissários disponíveis. A equipa deve incluir 3 pilotos (com funções distintas: comandante, primeiro-oficial e piloto de reforço) e 4 comissários (sem funções distintas entre si). Quantas equipas distintas podem ser formadas?

- $P(N, 3) \times C(M, 4)$.
 $C(N, 3) \times C(M, 4)$.
 $C(N, 3) \times P(M, 4)$.
 $P(N, 3) \times P(M, 4)$.