ISEC Lisboa

Licenciatura em Ciências Aeronáuticas e do Espaço

Matemática Computacional Aplicada

Preparação para 2ª Frequência (20 de janeiro de 2026)

Nome: **Número de estudante:**

1. Durante um voo de teste de um Airbus A321, o desempenho aerodinâmico foi analisado em diferentes números de Mach. Foi assim registado o coeficiente de sustentação, C_L, correspondente a vários valores de Mach, Ma, durante voo nivelado e estável em altitude constante.

Ma	0.70	0.75	0.80	0.85
C_L	0.52	0.47	0.41	0.36

Construa o polinómio interpolador de Lagrange que aproxima o coeficiente de sustentação como função do número de Mach no intervalo das medições. Utilize o polinómio para estimar o coeficiente de sustentação quando Ma $= 0.77$ e calcule o erro absoluto e relativo com um valor medido $C_L(0.77) = 0.44$.

2. O sistema FADEC de um Airbus A320*neo* supervisiona a força propulsiva dos motores (regime permanente) em função do ângulo do *throttle lever*. Enquanto a aeronave voava a 10 000 pés (ISA), a Mach 0.62 e com o indicador N1 estabilizado, foram extraídos os seguintes pontos.

TLA (deg)	15	25	40	55
Thrust per engine (kN)	18.2	28.9	45.5	62.1

Construa o polinómio interpolador de Newton que aproxima a força propulsiva com o ângulo da alavanca do acelerador no intervalo das medições. Utilize o polinómio para estimar a força propulsiva quando TLA $= 30°$.

3. Um Airbus A330 está a testar diferentes configurações de aproximação a 3000 pés (ISA), com o trem de aterragem em baixo e estabilizado a 1.3 da velocidade de perda aerodinâmica para cada posição de *flap*. A tripulação regista o coeficiente de sustentação, C_L, em cada posição de *flap*, δ_F, obtendo os seguintes pontos.

δ_F (deg)	0	10	20	40
C_L	0.52	0.78	1.15	1.63

Assumindo um comportamento suave entre as diferentes posições de *flap*, use uma *spline* natural cúbica para aproximar o coeficiente de sustentação em função da posição de *flap* no intervalo das medições.

4. Um Airbus A350-900 está em voo nivelado e estável nas condições ISA. A aeronave é testada com duas configurações - asa limpa (*flaps* 0) e *approach* (CONF 3) - onde a tripulação varia a velocidade e o peso da aeronave de modo a testar várias regiões do coeficiente de sustentação, C_L. Após vários voo, são obtidos pares (C_L, C_D) para ambas as configurações.

- Grupo de dados A (*clean, flaps 0*):

C_L	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70
C_D	0.0195	0.0208	0.0232	0.0270	0.0322	0.0389

- Grupo de dados B (*approach,* CONF 3):

C_L	0.50	0.65	0.80	0.95	1.10	1.20
C_D	0.0340	0.0378	0.0435	0.0512	0.0610	0.0685

Assuma que a polar de resistência para ambas as configurações segue a clássica parábola $C_D = C_{D_0} + kC_L^2$. Utilize o método dos mínimos quadrados de modo a estimar os parâmetros C_{D_0} e k para cada configuração de voo.

5. Durante a fase de subida, o consumo instantâneo de combustível por segundo, $c(t)$ (em $\mathrm{kg\,s^{-1}}$), de um Airbus A380 pode ser aproximado por

$$c(t) = 8 + 0.15t - 0.003t^2,$$

onde t é o tempo em segundos desde o início da subida, válido para $0 \leq t \leq 300\,\mathrm{s}$.

Utilize ambas as regras compostas do método dos trapézios e do método 1/3 de Simpson para estimar o consumo total de combustível durante o período de 5 min de subida, utilizando 4 intervalos.

6. Um Airbus A321*neo* possui *brake fans* responsáveis pelo arrefecimento dos calços de travão por convecção forçada. A temperatura dos calços pode ser modelada através da lei de arrefecimento de Newton dada por

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -k(T - T_{\text{ambiente}}),$$

onde T é a temperatura dos calços dos travões, T_{ambiente} é a temperatura ambiente e k é uma constante de arrefecimento.

(a) Logo após o fim da travagem, os sensores de temperatura indicavam que os travões estavam a 350 °C. Considerando que $T_{\text{ambiente}} = 25\,°\mathrm{C}$ e que $k = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$, utilize o método de Euler para obter a temperatura dos travões ao fim de 10 min com um passo de 1 min.

(b) Assuma agora que, logo após o fim da travagem, os pilotos acionaram o sistema de arrefecimento, resultando num $k = 0.3\,\mathrm{min}^{-1}$. Utilize o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para obter a temperatura dos travões ao fim de 10 min com um passo de 2 min.

7. Durante um voo de teste de um Airbus A320, os engenheiros querem analisar a reposta da aeronave no eixo de arfagem a uma perturbação. A dinâmica de arfagem para uma pequena perturbação pode ser modelada utilizando a equação diferencial de segunda ordem

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + 2\zeta\omega_n\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \omega_n^2\theta = 0,$$

onde θ é o ângulo de arfagem, $\omega_n = 3.0\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ é a frequência natural não amortecida e $\zeta = 0.2$ é o fator de amortecimento. No início da manobra, a aeronave foi perturbada da seguinte forma

$$\theta(0) = 0.05\,\mathrm{rad} \quad \text{e} \quad \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}(0) = 0.$$

Utilizando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem, calcule a resposta de θ de $t = 0$ a $t = 2\,\mathrm{s}$ utilizando um passo de 0.1 s.